

# FORMELSAMMLUNG



Teil 2

## REGELTECHNIK TEIL2

by Marcel Laube

# Formelbuch der Regeltechnik Teil 2

## Praktische Messtechnik

### Die Temperaturmessung

Ausdehnungsthermometer	$l = l_R + (1 + \alpha \times \Delta \vartheta)$ <p><math>l</math> = Gesamtlänge nach Erwärmung [mm] <math>l_R</math> = Referenzlänge vor Erwärmung [mm] <math>\alpha</math> = Längenausdehnungskoeffizient [1/K] <math>\Delta \vartheta</math> = Temperaturdifferenz [K]</p>	[mm]
Widerstandsthermometer	$R = R_0 (1 + \alpha \times \Delta \vartheta)$ <p><math>R</math> = Widerstand [<math>\Omega</math>] <math>R_0</math> = Bezugswiderstand bei 0°C [<math>\Omega</math>] (siehe Tabelle Seite 7) <math>\alpha</math> = Längenausdehnungskoeffizient [1/K] <math>\Delta \vartheta</math> = Temperaturdifferenz [K]</p>	[ $\Omega$ ]
Thermoelemente	$U = U_{th(warm)} - U_{th(kalt)}$ <p><math>U</math> = Spannungsdifferenz [V] <math>U_{th(warm)}</math> = Thermospannung der warmen Lötstelle [V] <math>U_{th(kalt)}</math> = Thermospannung der kalten Lötstelle [V]</p>	[V]
Temperatur-Bilanz eines Fühlers	$T_{gemessen} = T_{Medium} - T_{Übertragungsverluste} - T_{Auskühlung}$	
Begrenzungsflächen- Temperatur	$\vartheta_{om} = \frac{\sum A \times \vartheta_o}{A}$ <p><math>\vartheta_{om}</math> = mittlere Begrenzungsflächentemperatur [°C] <math>\vartheta_o</math> = Begrenzungsflächentemperatur [°C] <math>A</math> = Begrenzungsfläche [m<sup>2</sup>]</p>	[°C]
Raumtemperatur	$\vartheta_R = \frac{\vartheta_{RL} + \vartheta_{om}}{2}$ <p><math>\vartheta_R</math> = Raumtemperatur [°C] <math>\vartheta_{RL}</math> = Raumlufttemperatur [°C] <math>\vartheta_{om}</math> = mittlere Begrenzungsflächentemperatur [°C]</p>	[°C]

# Grundlagen der Regelungstechnik

## Regeltechnische Begriffe

Name	Formelzeichen	Beschreibung
Eingangs-/Ausgangsgrösse	$x_e / x_a$ (e/a)	Die Eingangsgrösse beeinflusst die Ausgangsgrösse gewollt
Führungsgrösse	w	zeitlich veränderbare (veränderliche) Grösse, auf welche die Regelgrösse gebracht werden soll
Messort		Stelle, an der die Regelgrösse gemessen wird (dort wo der Fühler ist)
Regelabweichung	$x_w$	$x_w = x - w$ Abweichung der Regelgrösse von der Führungsgrösse
Regeldifferenz (Eurosä. D)	$x_d$	$x_d = -x_w = w - x$ negative Regelabweichung
Regleinrichtung	R	Gerät, welches die Differenz zwischen Istwert und Sollwert der Regelgrösse erfasst und danach das Stellglied in geeigneter Weise betätigt
Regelgrösse	x	Grösse die konstant gehalten werden soll (Temperatur, Druck etc)
Regelstrecke	S	Der durch die Regelung zu beeinflussende Bereich der Anlage
Regelung		Die Regelgrösse wird fortlaufend erfasst, mit der Führungsgrösse verglichen und im Sinne einer Angleichung an die Führungsgrösse beeinflusst. <b>Geschlossener Wirkungsablauf</b> ⇒ <b>Regelkreis</b>
Signalflussplan		Schematische Darstellung des Zusammenwirkens von Regelkreisgliedern
Sollwert	$x_s$	fest eingestellte Grösse, auf welche die Regelgrösse gebracht werden soll
Stellantrieb		Antrieb des Stellgliedes (elektromotorisch, elektrohydraulisch, elektrothermisch, pneumatisch, magnetisch usw.)
Stellgerät		Stellglied und Stellantrieb zusammen
Stellglied		Gerät, das in den Massen- oder Energiestrom eingreift. (Ventil, Klappe, Stromventil usw.)
Stellgrösse	y	Grösse mit der die Regelgrösse gewollt beeinflusst wird
Stellort		Ort, an welchem die Stellgrösse eingreift
Steuereinrichtung	SE	Einrichtung zu Beeinflussung der Steuerkette
Steuerstrecke	S	Der durch die Steuerung zu beeinflussende Bereich der Anlage
Steuerung		Eine oder mehrere Eingangsgrössen beeinflussen eine oder mehrere Ausgangsgrössen aufgrund der dem System eigenen Gesetzmässigkeit. <b>Offener Wirkungsablauf</b> ⇒ <b>Steuerkette</b>
Störgrösse	z	Grösse von der die Regelgrösse ungewollt beeinflusst wird

## Regelstrecken mit Ausgleich, statisches Verhalten

Übertragungsbeiwert Regelstrecke

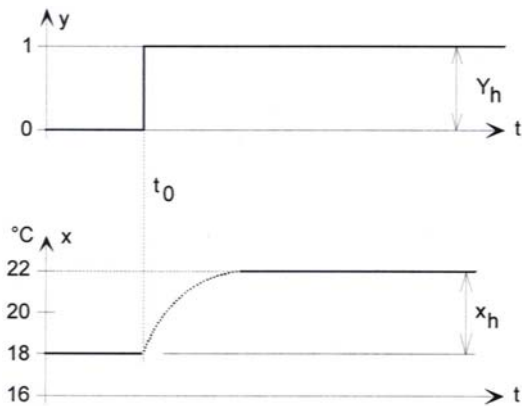
$$K_S = \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{x_h}{y_h}$$

(Verstärkungsfaktor)

$\Delta x$  = daraus resultierende Änderung der Regelgrösse  $x$   
 $\Delta y$  = Änderung der Stellgrösse  $y$

### Übergangsfunktion

Wird das Stellglied über den gesamten Stellbereich  $Y_h$  (0 – 100% bzw. 0-1) bewegt, so ändert sich die Regelgrösse  $x$  vom tiefstmöglichen, bis zum maximalen Wert; die Differenz wird Regelbereich der Regelstrecke  $X_h$  genannt.



Beispiel siehe Stoff Seite 24, 25 und 28

Beurteilung statische Regelkennlinie

$$\frac{K_{S \max}}{K_{S \phi}} < 2.0 - 3.0$$

Beispiel S.29

$$\frac{K_{S \max}}{K_{S \min}} < 3.0 - 5.0$$

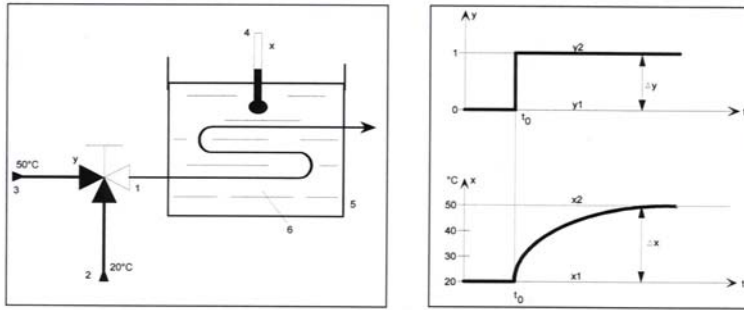
$K_{S \min}$  = kleinster vorkommender Übertragungsbeiwert  $\Delta x / \Delta y$

$K_{S \max}$  = grösster vorkommender Übertragungsbeiwert  $\Delta x / \Delta y$

$K_{S \phi}$  = mittlerer Übertragungsbeiwert  $\Delta x / \Delta y$

# Regelstrecke, dynamisches Verhalten

## Strecken mit einem Speicher (PT1-Glied)



### Exponentialfunktion (e-Funktion).

$$x_a = K_p \cdot x_e \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

Legende:

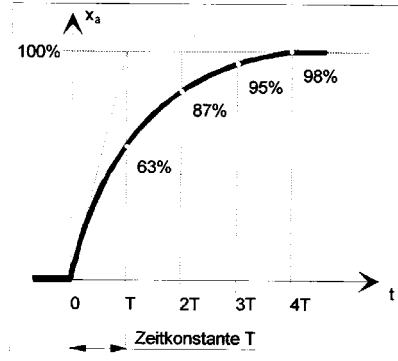
$x_a$  = Ausgangsgrößenänderung

$K_p$  = Proportionalbeiwert

$x_e$  = Eingangsgrößenänderung

$T$  = Zeitkonstante

Bei der Regelstrecke wird  $x_e$  durch  $\Delta y$  und  $x_a$  durch  $\Delta x$  ersetzt.

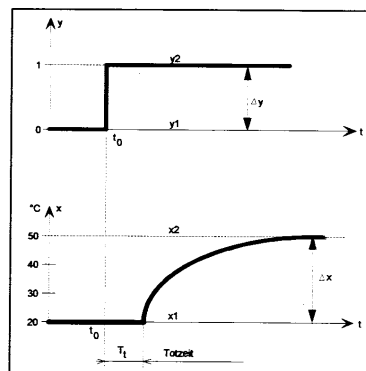


### Zeitkonstante T

Die Zeitkonstante gibt die Zeit an, die vergeht, bis nach einem Eingangssprung  $\Delta y$  rund 2/3 der sich total einstellenden Ausgangsgrößen-Änderung  $\Delta x$  (genau 63.2%) erreicht sind. Nach 5 Zeitkonstanten kann Beharrung angenommen werden. (genau 99.3%)

### Totzeit $T_t$

Die Totzeit ist die Zeit die vergeht, bis sich nach einem Stellsprung  $\Delta y$  die Regelgröße  $x$  zu verändern beginnt.



### Schwierigkeitsgrad Einspeicherstrecken

$$S = \frac{T_t}{T}$$

S = Schwierigkeitsgrad

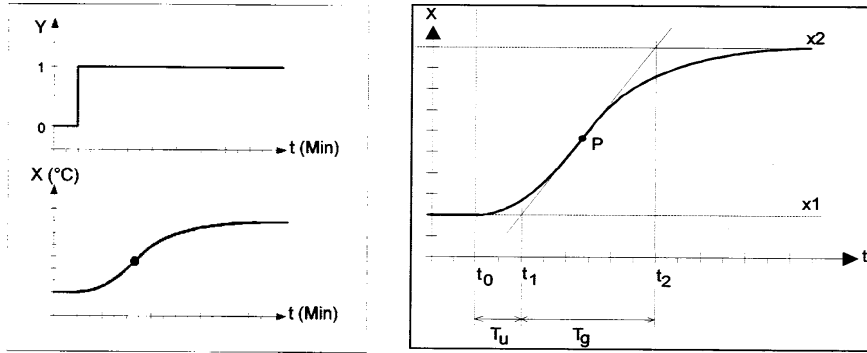
$T_t$  = Totzeit

T = Zeitkonstante

< 0.1	leichte Strecke
0.1 – 0.3	mittlere Strecke
> 0.3	schwierige Strecke

Beispiel s. Seite 36

## Mehrspeicherstrecke



Schwierigkeitsgrad Mehrspeicherstrecken

$$S = \frac{T_u}{T_g}$$

S = Schwierigkeitsgrad  
 $T_u$  = Verzugszeit (Totzeiterersatz)  
 $T_g$  = Ausgleichszeit (Zeitkonstantenersatz)

< 0.1	leichte Strecke
0.1 – 0.3	mittlere Strecke
> 0.3	schwierige Strecke

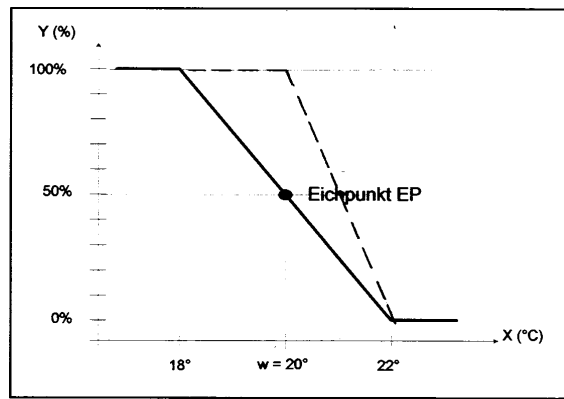
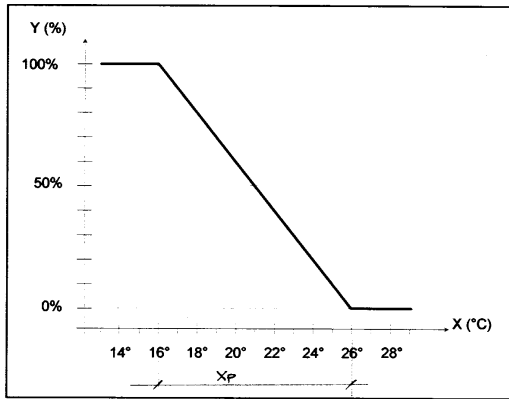
Beispiel s. Seite 40

## Regeleinrichtung

Einteilung nach Regelverhalten

Bezeichnung Sprungantwort	Gleichung	Verhalten
<b>P - Regler</b> 	$\Delta y = \Delta x \cdot K_R$ $y_h = x_p \cdot K_R$ $x_p$ = Proportionalband $K_R$ = Uebertragungsbeiwert = $\frac{1}{x_p}$	Die Stellgrößenänderung ist proportional zur Regelgrößenänderung.
<b>I - Regler</b> 	$\Delta y = K_I \cdot \Delta t \cdot x_w$ $K_I$ = Integrierbeiwert	Die Stellgeschwindigkeit ist proportional zu $x_w$ . Keine bleibende Regelabweichung
<b>PI - Regler</b> 	$T_N = \frac{K_R}{K_I}$ $T_N$ = Nachstellzeit	Kombination von P + I.
<b>D - Glied</b> 	$\Delta y = \frac{\Delta x \cdot K_D}{\Delta t}$ $K_D$ = Differenzierbeiwert	Der D - Sprung ist proportional zur Geschwindigkeit der Regelgrößenänderung $x_w$ .
<b>PD - Regler</b> 	$T_V = \frac{K_D}{K_R}$ $T_V$ = Vorhaltezeit	Kombination von P + D.
<b>PID - Regler</b> 	$T_N = \frac{K_R}{K_I}$ $T_V = \frac{K_D}{K_R}$ $x_p = \frac{y_h}{K_R}$	Kombination von P + I + D.

## Proportional-Regler (P-Regler)



Übertragungsbeiwert P-Regler

$$K_R = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_h}{X_P}$$

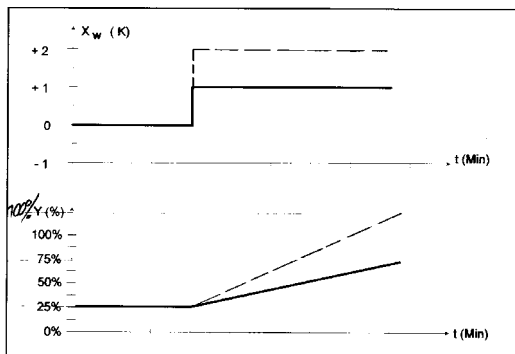
Beispiele s. S. 53

$X_P$  = Proportionalbereich

$\Delta y$  = Änderung der Ausgangsgrösse y (Stellgrößenänderung)

$\Delta x$  = Änderung der Eingangsgrösse x (Regelgrößenänderung)

## Integral-Regler (I-Regler)



Stellgeschwindigkeit des I-Reglers

$$v_y = \frac{\Delta y_I}{\Delta t}$$

Integrierbeiwert  $K_I$

$$K_I = \frac{v_y}{x_w} = \frac{\Delta y_I}{\Delta t \times x_w} = \frac{K_R}{T_N} \quad [\% \text{ Hub} / \text{K min}]$$

$v_y$  = Stellgeschwindigkeit [% Hub / min]

$x_w$  = Regelabweichung x-w

$\Delta y$  = Änderung der Regelgrösse y

$\Delta t$  = Zeitdauer während  $x_w$  ansteht

$K_R$  = Übertragungsbeiwert des P-Regler

$T_N$  = Nachstellzeit

Beispiel s. Seite 56

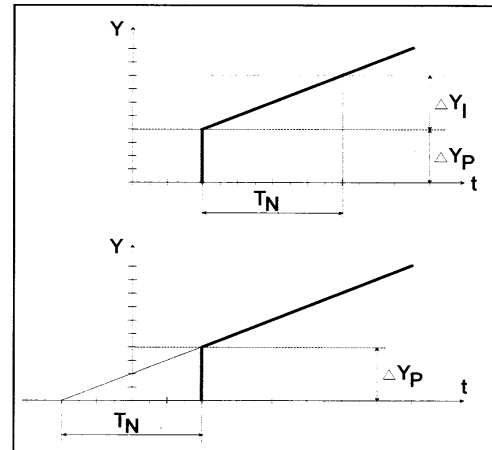
## Proportional-Integral-Regler (PI-Regler)

Nachstellzeit  $T_N$  
$$T_N = \frac{K_R}{K_I}$$
  
 $K_R$  = Übertragungsbeiwert des P-Regler  
 $K_I$  = Integrierbeiwert des I-Regler

P-Regler-Anteil: 
$$\Delta y_P = K_R \times \Delta x$$

I-Regler-Anteil: 
$$\Delta y_I = K_I \times x_w \times \Delta t$$

PI-Regler: 
$$\Delta y_P = K_R \times \Delta x + K_I \times x_w \times \Delta t$$



Beispiel s. Seite 59 und 60

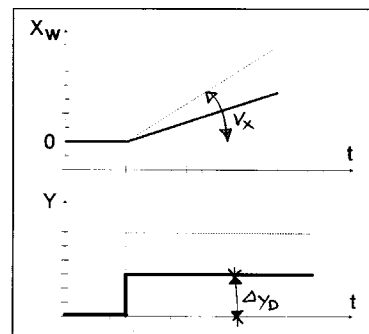
## D-Glied

Differenzierbeiwert 
$$K_D = \frac{\Delta y}{v_{xw}}$$

Änderungsgeschw. 
$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

bei gleichbleibendem w 
$$K_D = \frac{\Delta y}{v_x} = \frac{\Delta y \times \Delta t}{\Delta x}$$

$\Delta y$  = Stellgrößenänderung  
 $v_{xw}$  = Änderungsgeschwindigkeit von  $x_w$   
 (Regelabweichung)  
 $v_x$  = Änderungsgeschwindigkeit von  $x$   
 (Regelgröße)

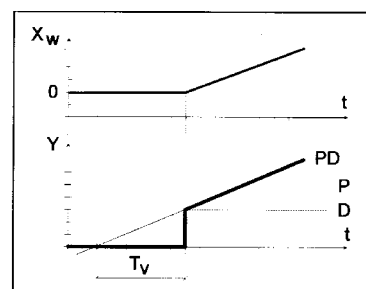


Beispiel s. Seite 63

## Proportional-Differenzial-Regler (PD-Regler)

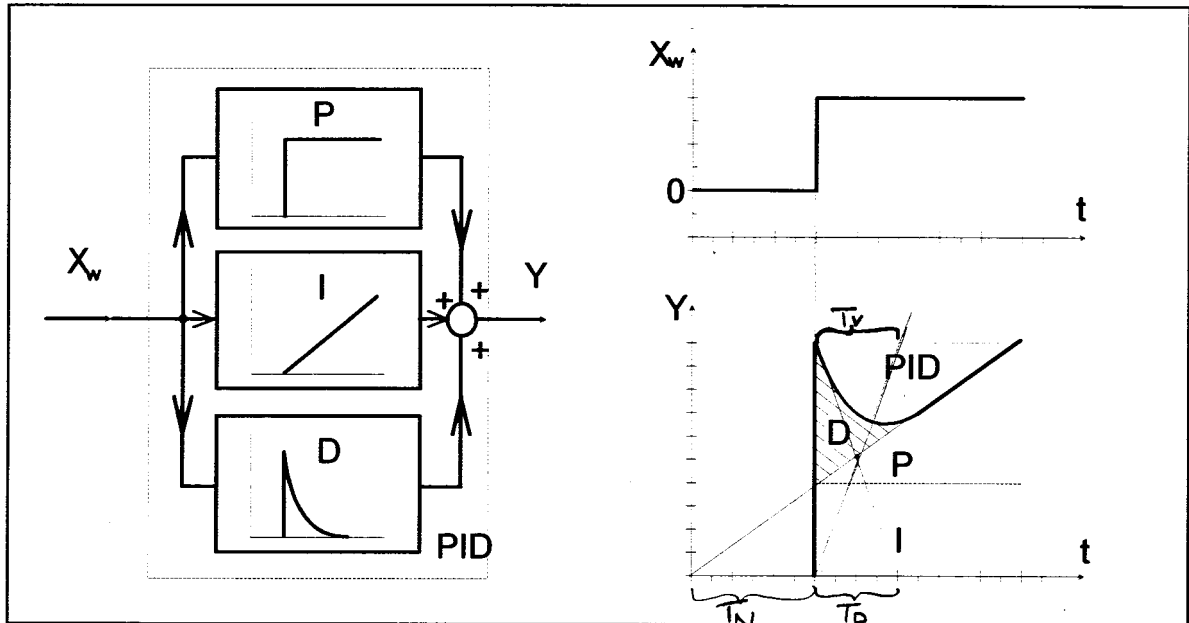
Vorhaltezeit 
$$T_V = \frac{K_D}{K_R}$$
  
 $K_D$  = Differenzierbeiwert  
 $K_R$  = Übertragungsbeiwert

Beispiele s. Seite 65

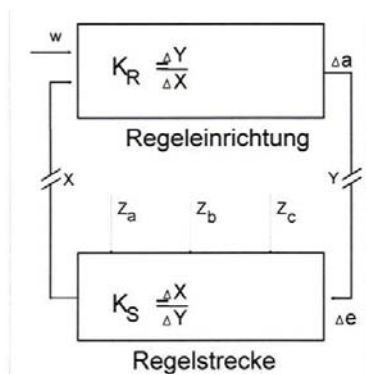




## Proportional-Integral-Differenzial-Regler (PID-Regler)



## Regelkreis, geschlossen



Verstärkung des Reglers:  $\frac{\Delta Y}{\Delta X}$

Verstärkung der Strecke:  $\frac{\Delta X}{\Delta Y}$

Kreisverstärkung

$$v_0 = K_R \times K_S = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta x}{\Delta y}$$

$K_R$  = Übertragungsbeiwert der Regeleinrichtung

$K_S$  = Übertragungsbeiwert der Regelstrecke

Stabilitätsgrenzen P-Regelkreis

$$v_{0,zulässig} = \frac{1}{S} = \frac{1}{\frac{T_u}{T_g}} = \frac{1}{\frac{T_t}{T}}$$

$T_u$  = Verzugszeit (Totzeitersatz)

$T_g$  = Ausgleichszeit (Zeitkonstantenersatz)

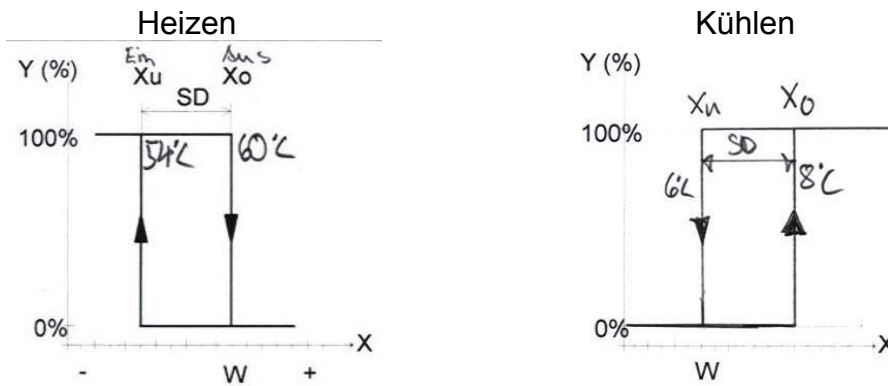
$T_t$  = Totzeit

$T$  = Zeitkonstante

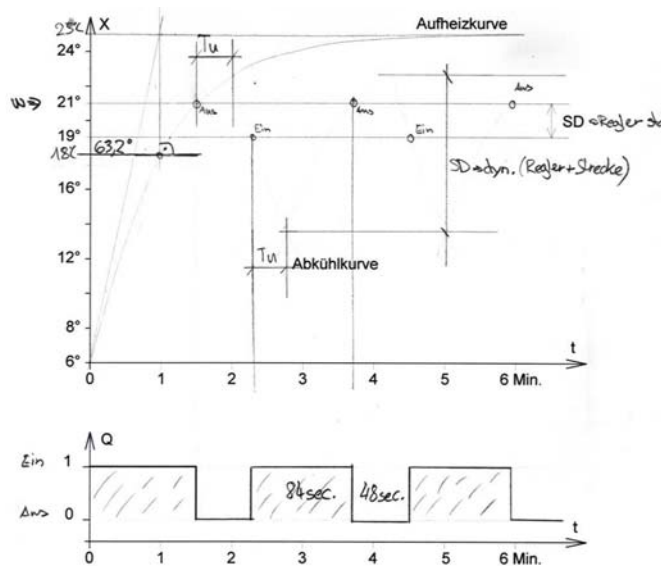
## Der Zweipunktregler

z.B. Thermostat, Hygrostat und Pressostat

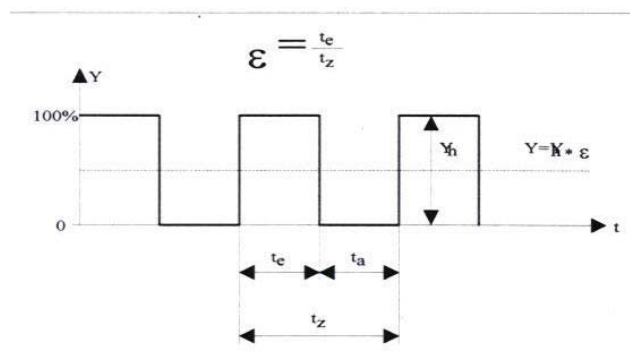
Schaltdifferenz SD



Dynamisches Verhalten eines Zweipunktreglers



Schaltzyklus, eines Zweipunktreglers



Stellgröße

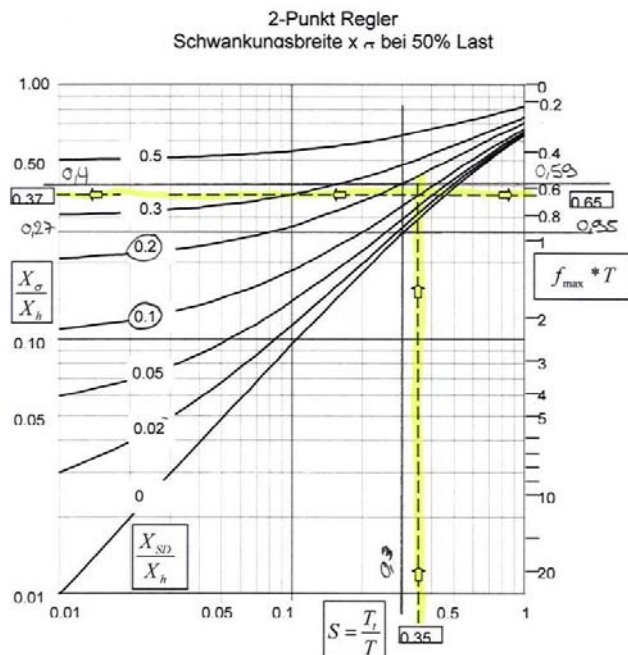
$$Y = Y_h \times \epsilon$$

Mittlere Leistung

$$P = P_{\max} \times \epsilon$$

$\epsilon$  = Einschaltverhältnis (Epsilon)

## Dynamische Schaltdifferenz $X_\sigma$ , eines Zweipunktreglers



$X_\sigma$  = dyn. Schaltdifferenz

$S$  = Schwierigkeitsgrad

$T$  = Zeitkonstante ( $T_g$ )

$T_t$  = Totzeit ( $T_u$ )

$X_{SD}$  = Schaltdifferenz

$x_h$  = Regelbereich der Regelgrösse (Stellwirkung)

$f_{\max}$  = Anzahl Schwingungen (Zyklen) pro Zeiteinheit  
(=Schwingungsfrequenz)

Ablesebeispiel:

Abszisse: 
$$S = \frac{T_t}{T} = \frac{0.7}{2} = 0.35$$

Parameter: Regelbereich  $x_h = 20K$ , Schaltdifferenz  $x_{SD} = 2K$

$$\frac{x_{SD}}{x_h} = \frac{2}{20} = 0.1$$

Dynamische Schaltdifferenz: Ablesung links = 0.37

$$x_\sigma = 0.37 \times x_h = 0.37 \times 20K = 7.4K$$

Anzahl Schwingungen: Ablesung rechts = 0.65

$$f_{\max} = \frac{0.65}{T} = \frac{0.65}{2} = 0.325 \text{ Schwingungen pro Minute}$$

$$T_{z \min} = \frac{1}{f_{\max}} = \frac{1}{0.325} = 3.1 \text{ Minuten für eine Schwingung}$$